

Erklärung der Entstehung von  
scharfrandigen konzentrischen Ringen  
im C.T.-Bild (Computertomographie)  
um Zentren mit einer erhöhten Menge  
an Kristallen (z.B. Salze), bzw. um sog.  
Hamersche Herde.

(C) Copyright Gerd M. Hartmann (info@ghct.de), 17.10.2008

Die folgende Übersicht zeigt die Frequenzen und entsprechenden Wellenlängen der als Röntgenstrahlung bezeichneten elektromagnetischen Wellen.

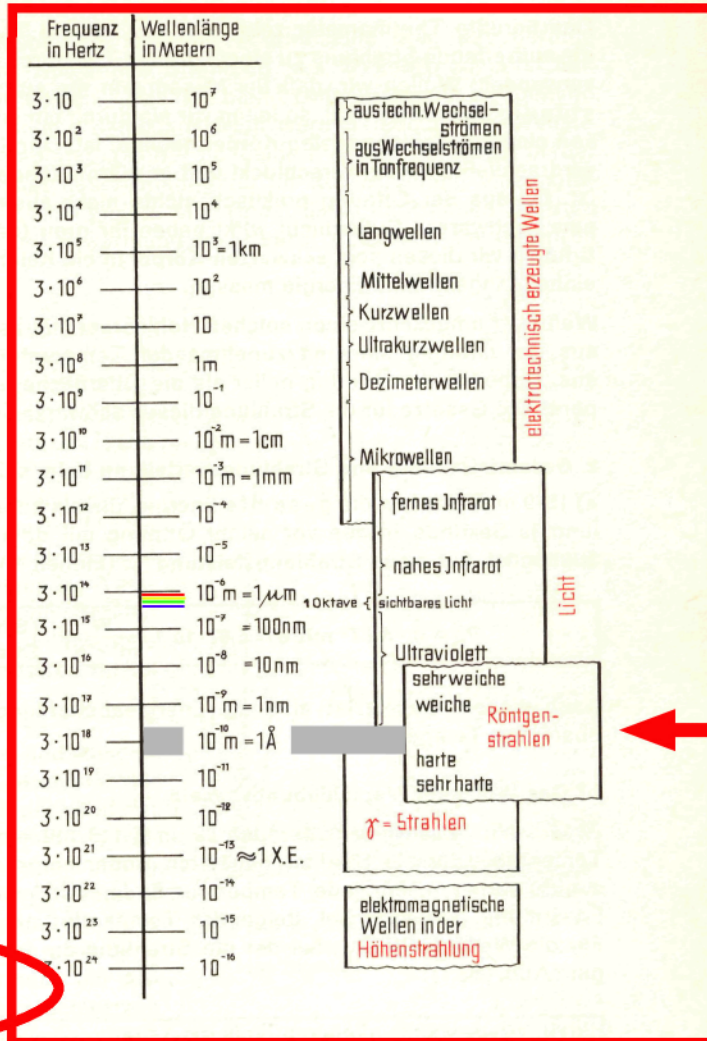
Die Wellenlängen liegen in der Größenordnung von etwa 1 Angström (= 100pm), dies entspricht ungefähr einem Atomdurchmesser.

genauer ermitteln als nach früheren Verfahren. — Schließlich wurde es damit möglich, unbekannte Kristallgitter zu erforschen, indem man Röntgenstrahl-Interferenzen an ihnen hervorbrachte und aus diesen Form und Größe der Elementarzellen bestimmte: **Strukturbestimmung mit Röntgenstrahlen.**

2. Die  $\gamma$ -Strahlen entstehen, wenn sich radioaktive Stoffe umwandeln. Wir werden solche Vorgänge ausführlicher auf S. 416 behandeln. Die  $\gamma$ -Strahlen wirken ähnlich wie harte Röntgenstrahlen. Auch sie haben sich als elektromagnetische Wellen deuten lassen. Ihre Frequenzen erstrecken sich über mehrere Oktaven und stimmen zum Teil mit denen von harten Röntgenstrahlen überein.

3. Abb. 381.1 gibt eine Übersicht über das gesamte Spektrum der elektromagnetischen Wellen.

381.1 Gesamtbereich des elektromagnetischen Spektrums



§ 146 Die Strahlungsgesetze für Temperaturstrahler

1. Der schwarze Körper. Heiße feste Körper (Glühlampendrähte, Bogenlampe usw.), d.h. sog. **Temperaturstrahler**, erzeugen ein kontinuierliches Spektrum folgendes beschäftigen wir uns mit der in ihm ausgestrahlten Energie. Die Spektren von Gasentladungslampen usw. lassen wir dagegen völlig außer acht

V 33: Zwei gleiche Thermometer werden in das Licht einer Bogenlampe gehalten. Das eine Quecksilbergefäß ist beruht, das andere mit dünnem Stanniol umwickelt.

# Die Erzeugung von Röntgenstrahlung und das daraus resultierende Röntgenspektrum

408

Physik der Atomhülle

metastabilen Zustand II gelangen. Nach einer Verweilzeit von etwa 1 ms geht das Atom dann unter Abgabe roten Lichts durch einen Quantensprung  $E_3 = h \cdot \nu_3$  wieder in den Grundzustand III über. Es ist  $E_1 = E_2 + E_3$ .

Durch allseitiges Einstrahlen von sehr intensivem grünem Licht der Frequenz  $\nu_1$  können sehr viele Atome auf den energiereichen Zustand II hochgepumpt werden. Der Kristall enthält dann einen Energieüberschuß. Im Jahre 1960 entdeckte Maiman, daß diese Energie durch eingestrahlte Quanten der Frequenz  $\nu_3$  abgerufen werden kann. In einigen sehr kurzen Lichtblitzen extrem hoher Leistung verlassen daraufhin Quanten dieser Frequenz  $\nu_3$  den Kristall (induzierte oder stimulierte Emission). Dazu müssen die planparallelen Enden des Rubins verspiegelt sein und einen Abstand von einem ganzen Vielfachen einer halben Wellenlänge dieses Lichts haben. Dann bildet das abrufende und das abgerufene Licht eine stehende Welle im Laser, die durch die eine Endfläche, die etwas durchlässig ist, als streng kohärentes, fast mathematisch genau gebündeltes Licht nach außen tritt. Der Name **Laser** stammt aus den Anfangsbuchstaben des Ausdrucks **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation (Lichtverstärkung durch stimulierte Ausstrahlung).

Atome kommen in den angeregten Zustand durch Elektronenstoß und durch Absorption von Wellenstrahlung. Im Laser wird die Energie angeregter, metastabiler Atome durch eingestrahlte Quanten passender Frequenz abgerufen (induzierte oder stimulierte Emission).

**Aufgabe:**

Erkläre die Quantenvorgänge beim Sichtbarmachen des UV-Spektrums in V 31 auf S. 378!

## § 156 Das Röntgenspektrum

**1. Die Bremsstrahlung.** In einer Röntgenröhre werden Elektronen einheitlicher Geschwindigkeit  $v$  und damit einheitlicher Energie  $E$  auf das Metall der Anode geschossen. Jedes Elektron wird dabei i. a. durch mehrere Stöße abgebremst, deren Größen statistisch schwanken. Der bei einem solchen Stoß eintretende Energieverlust  $\Delta E$  setzt sich in Strahlung der Frequenz  $\nu = \Delta E/h$  um; man erhält so ein kontinuierliches Spektrum von Bremsstrahlung. Es besitzt eine höchste Frequenz  $\nu_{\max} = E/h$ . Sie wird von den Elektronen erzeugt, die ihre ganze Energie  $E = \frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U$  in einem einzigen Stoß verlieren. Unter Einführung der Grenzwellenlänge  $\lambda_g$  gilt demnach

$$\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_g} = \frac{eU}{h}.$$

Auf Grund dieser Beziehung kann man das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  verhältnismäßig einfach messen.

(Aus "Physik" Hrg. Prof. Dorn (c) 1957 Hermann Schrödel Verlag KG Hannover)

Plancksches Wirkungsquantum  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Js

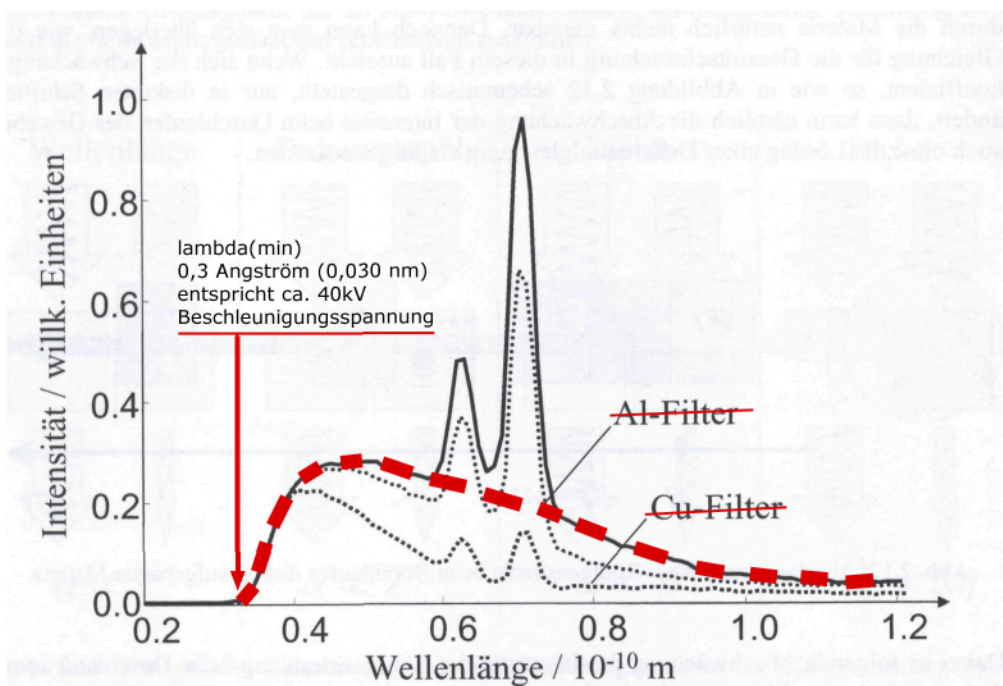
Ladung eines Elektrons  $e = 1,6021 \cdot 10^{-19}$  C

Es ergeben sich abhängig von der Beschleunigungsspannung (U) der Elektronen in der Röntgenröhre folgende Werte für die maximale Frequenz bzw. die minimale Wellenlänge der entstehenden Röntgenstrahlung:

U = Beschleunigungsspannung (der Elektronen in der Röntgenröhre)  
 f(max) = maximale Frequenz der Röntgenstrahlung  
 lambda(min) = kleinste Wellenlänge der Röntgenstrahlung

U= 10kV:	f(max)= 2.418e+18 Hz	lambda(min)= 0.124nm = 1.240 Angstroem
U= 20kV:	f(max)= 4.837e+18 Hz	lambda(min)= 0.062nm = 0.620 Angstroem
U= 30kV:	f(max)= 7.255e+18 Hz	lambda(min)= 0.041nm = 0.413 Angstroem
U= 40kV:	f(max)= 9.673e+18 Hz	lambda(min)= 0.031nm = 0.310 Angstroem
U= 50kV:	f(max)= 12.091e+18 Hz	lambda(min)= 0.025nm = 0.248 Angstroem
U= 60kV:	f(max)= 14.510e+18 Hz	lambda(min)= 0.021nm = 0.207 Angstroem
U= 70kV:	f(max)= 16.928e+18 Hz	lambda(min)= 0.018nm = 0.177 Angstroem
U= 80kV:	f(max)= 19.346e+18 Hz	lambda(min)= 0.015nm = 0.155 Angstroem
U= 90kV:	f(max)= 21.764e+18 Hz	lambda(min)= 0.014nm = 0.138 Angstroem
U= 100kV:	f(max)= 24.183e+18 Hz	lambda(min)= 0.012nm = 0.124 Angstroem
U=150kV:	f(max)= 36.274e+18 Hz	lambda(min)= 0.008nm = 0.083 Angstroem
U=200kV:	f(max)= 48.365e+18 Hz	lambda(min)= 0.006nm = 0.062 Angstroem
U=250kV:	f(max)= 60.457e+18 Hz	lambda(min)= 0.005nm = 0.050 Angstroem
U=300kV:	f(max)= 72.548e+18 Hz	lambda(min)= 0.004nm = 0.041 Angstroem
U=350kV:	f(max)= 84.639e+18 Hz	lambda(min)= 0.004nm = 0.035 Angstroem
U=400kV:	f(max)= 96.731e+18 Hz	lambda(min)= 0.003nm = 0.031 Angstroem
U=450kV:	f(max)=108.822e+18 Hz	lambda(min)= 0.003nm = 0.028 Angstroem
U=500kV:	f(max)=120.913e+18 Hz	lambda(min)= 0.002nm = 0.025 Angstroem

Am Beispiel eines typischen Röntgenspektrums sieht man hier die Verteilung der Intensität über die verschiedenen Wellenlängen. Der Anteil der oben beschriebenen "Bremsstrahlung" ist hier rot gestrichelt eingezeichnet. Man sieht das Frequenzmaximum bei 0.3 Angström (1 Angström = 100pm = 0,1nm =  $10^{-10}$ m), welches einer Beschleunigungsspannung der Elektronen von ca. 40kV entspricht:



Neben der "Bremsstrahlung" entsteht in der Röntgenröhre auch noch die sogenannte "Charakteristische Strahlung":

**2. Die charakteristische Strahlung.** Noch aufschlußreicher als die Bremsstrahlung ist die sog. **charakteristische Strahlung**. Sie ist charakteristisch für den Stoff, aus dem die Anode der Röntgenröhre besteht. Sie entsteht nach demselben Mechanismus, wie das durch den Stoß von Kathodenstrahlen ausgelöste sichtbare Fluoreszenzlicht. Bei der charakteristischen Röntgenstrahlung werden aber die stärker gebundenen Elektronen der inneren Schalen angeregt. Um sie anzuheben, ist eine größere Energie nötig. Die auftreffenden Elektronen müssen also sehr schnell, d.h. durch hohe Spannungen, beschleunigt worden sein (etwa 50 kV). Demgemäß hat auch die entstehende Strahlung energiereichere Quanten. Nach  $E = h\nu$  besitzt sie viel höhere Frequenz als das sichtbare Licht. Im Spektrum einer Röntgenröhre ist diese Strahlung als **Linienspektrum** über dem kontinuierlichen Band der Bremsstrahlung zu erkennen.

Springt ein angeregtes Elektron von der zweiten, der **L-Schale**, auf einen freien Platz der ersten, der **K-Schale**, so entsteht die  $K_{\alpha}$ -Linie. Springt es von der dritten auf die erste, so entsteht die  $K_{\beta}$ -Linie usw. Vergleicht man die Frequenzen der  $K_{\alpha}$ -Linien der verschiedenen Elemente, so zeigt sich, daß sie bis auf geringe Abweichungen durch das Moseleysche Gesetz

$$\nu = R \cdot (Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

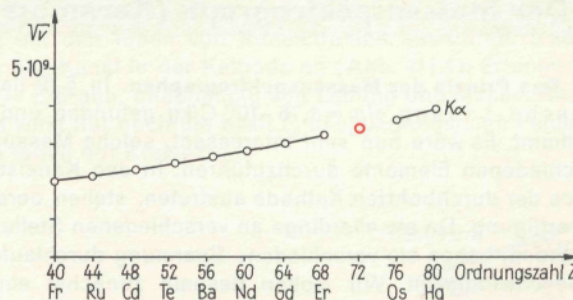
dargestellt werden können.

Dabei ist  $Z$  die Ordnungszahl des betreffenden Elements. In dieser Gleichung kommt gegenüber Gl.

(402.1) der Ausdruck  $(Z-1)$  vor, weil eine positive Ladungseinheit des Kerns durch das zweite Elektron der K-Schale „**abgeschirmt**“ ist.

Trägt man in einem Diagramm waagrecht die Ordnungszahlen, senkrecht  $\sqrt{\nu}$  für die zugehörigen

$K_{\alpha}$ -Linien auf (Abb. 409.1), so liegen die erhaltenen Punkte auf einer Geraden, denn  $\sqrt{\nu} = \sqrt{\frac{3R}{4}} (Z-1)$  ist eine lineare Funktion von  $Z$ . Diese Darstellung des Moseleyschen Gesetzes ist deshalb wichtig geworden, weil man aus einer Lücke in der Geraden auf noch nicht gefundene Elemente schließen und deren Röntgenlinien genau vorhersagen konnte. Neugefundene Elemente ließen sich durch Ausmessen der Frequenz der entstandenen Linie identifizieren.



**409.1** Diagramm zum Moseleyschen Gesetz für einige Elemente. Der Deutlichkeit wegen sind je drei dazwischenliegende Elemente nicht eingetragen. Das Element Hafnium mit der Ordnungszahl 72 war zunächst noch unbekannt und wurde auf Grund der ermittelten Gesetzmäßigkeit eingetragen und dann auch gefunden

**Treffen Kathodenstrahlen auf Materie, so entstehen Röntgenstrahlen als Bremsstrahlung oder als charakteristische Strahlung (Linienspektrum der bremsenden Substanz). Röntgenstrahlen bestehen aus energiereichen Lichtquanten (hochfrequente elektromagnetische Strahlung).**

**Aufgabe:**

Welche Grenzwellenlänge besitzen Röntgenstrahlen aus einer 50 kV-Röntgenröhre?

(Aus "Physik" Hrg. Prof. Dorn (c) 1957 Hermann Schrödel Verlag KG Hannover)

Diese "Charakteristische Strahlung" ist gekennzeichnet durch ein Linienspektrum. Eine Linie im Spektrum entspricht einer ganz bestimmten festen Frequenz bzw. Wellenlänge (=monochromatisch). Die Wellenlängen sind spezifisch für das Material auf welches die beschleunigten Elektronen auftreffen (Anodenmaterial).

Am Beispiel eines typischen Röntgenspektrums sieht man hier deutlich die (in diesem Fall zwei) Linien der Charakteristischen Strahlung, deren Intensität hier ca. 2 bis 3 mal so hoch ist als die der Bremsstrahlung:

Um diese Kanten bei  $\lambda_k$  zu verstehen ( $k = 1, 2, \dots$  zähle dabei die Kanten), muss man sich klar machen, dass für Wellenlängen  $\lambda \leq \lambda_k$  die Energie der Röntgenstrahlung ausreicht, um Elektronen aus unteren Schalen anzuregen, bzw. das Atom zu ionisieren. Für  $\lambda > \lambda_k$  reicht die Quantenenergie gerade nicht mehr als, um ein Elektron in einen quantenmechanisch erlaubten, angeregten Zustand zu heben, daher wird das durchdrungene Material an dieser Kante schlagartig transparenter. Dies wiederholt sich bei steigender Wellenlänge für die Elektronen der L-, M-, ... Schale. Für alle Schalen oberhalb der K-Schale gibt es zusätzlich eine Feinstruktur<sup>7</sup>.

Mathematisch bedeutet diese komplexe Abhängigkeit der Absorption von der Art des durchdrungenen Stoffes, dass man die Differentialgleichung (2.10) nicht vollständig integrieren kann. Vielmehr erhält man als Lösung für die Intensität nach dem Durchlaufen der Strecke  $s$  den Ausdruck

$$I(s) = I(0)e^{-\int_0^s \mu(\eta) d\eta} \quad (2.25)$$

der die unbekanntenen Schwächungskoeffizienten  $\mu$  entlang eines Röntgenstrahls im Exponenten aufsummiert.

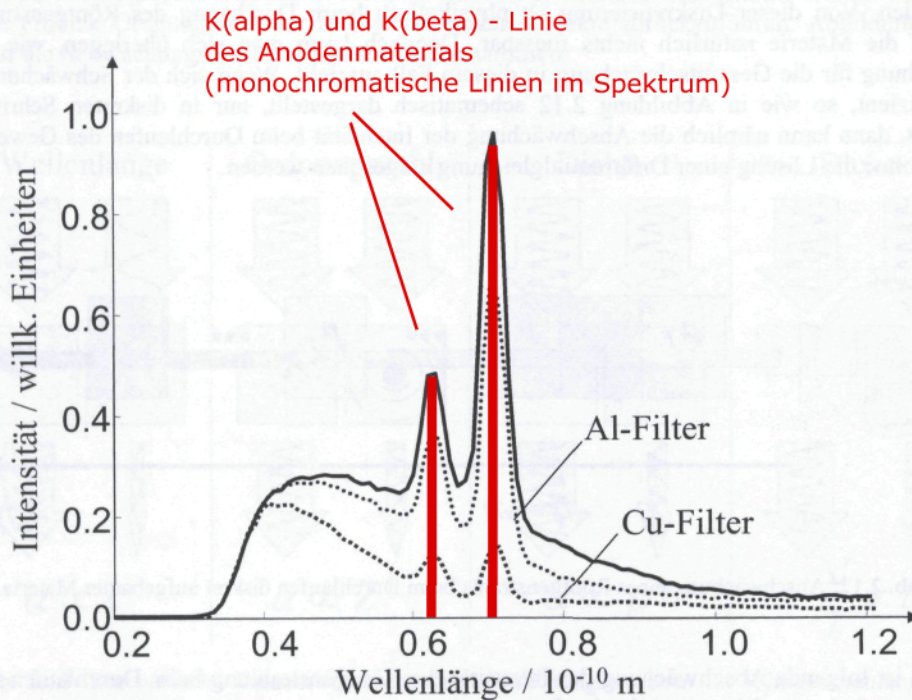


Abb. 2.11: Aufhängung des Röntgenspektrums einer Molybdänanode durch Filterung der Strahlung mit einem Aluminium- und einem Kupferfilter. Die Wellenlängenabhängigkeit der Filterung ist gut zu erkennen. Bei dem Kupferfilter ist die hochenergetische Bremsstrahlung in ihrer Intensität sogar größer als die  $K_{\alpha}$ - und die  $K_{\beta}$ -Linie.

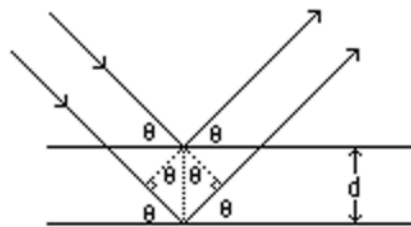
<sup>7</sup> Die Feinstruktur kommt durch die so genannte Spin-Bahn-Kopplung zustande.

## Brechung / Reflexion von Röntgenstrahlen in Kristallen:

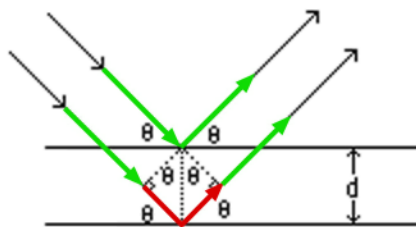
**Diffraction occurs** when the pathlength of a ray reflected off of 2 planes of the same set is equal to the wavelength (1.54 Å for Cu K $\alpha$ )

$$\text{Bragg's Law} \implies 2 d \sin \theta = \lambda$$

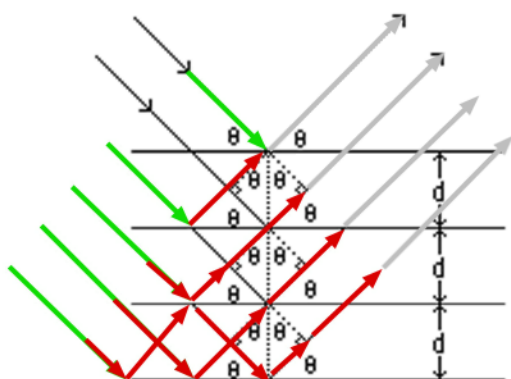
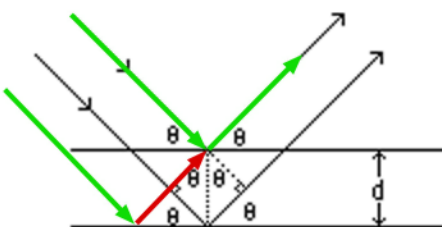
the angle of reflection is  $= 2 \theta$



$$\text{Bragg's Law } 2d \sin \theta = \lambda$$



$$\text{Bragg's Law } 2d \sin \theta = \lambda$$



Der an der nächsten Elektronenebene reflektierte Röntgenstrahl hat einen längeren Weg. Ist dieser Weg genau um eine Wellenlänge ( $\lambda$ ) des Röntgenstrahls länger, so überlagern sich die Strahlen -> es kommt zur Reflexion in einem ganz bestimmten Winkel. Der Winkel ist abhängig vom Abstand der Elektronenebenen im (Salz-)Kristall und der Wellenlänge der monochromatischen K-Linien im Röntgenspektrum.

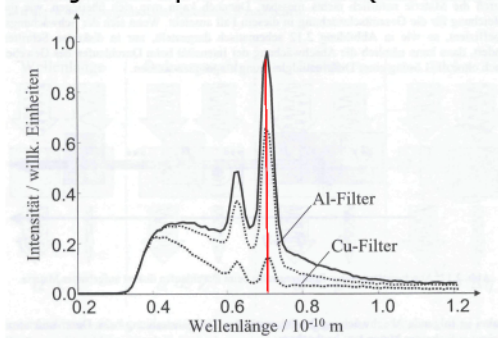
Alle reflektierten Strahlen von der zweiten Ebene sind genau um eine Wellenlänge "zeitverzögert", dadurch überlagern sie sich additiv mit denen der ersten Ebene.

Da Röntgenstrahlen so kurzwellig sind (hohe Frequenz) reicht das Mitschwingen einer Ebene für eine vollständige Reflexion nicht aus (wie das bei sichtbarem Licht der Fall wäre). Erst das synchrone Mitschwingen der Elektronen in vielen Ebenen des Kristallgitters überlagert sich stark genug um den Röntgenstrahl zu reflektieren.

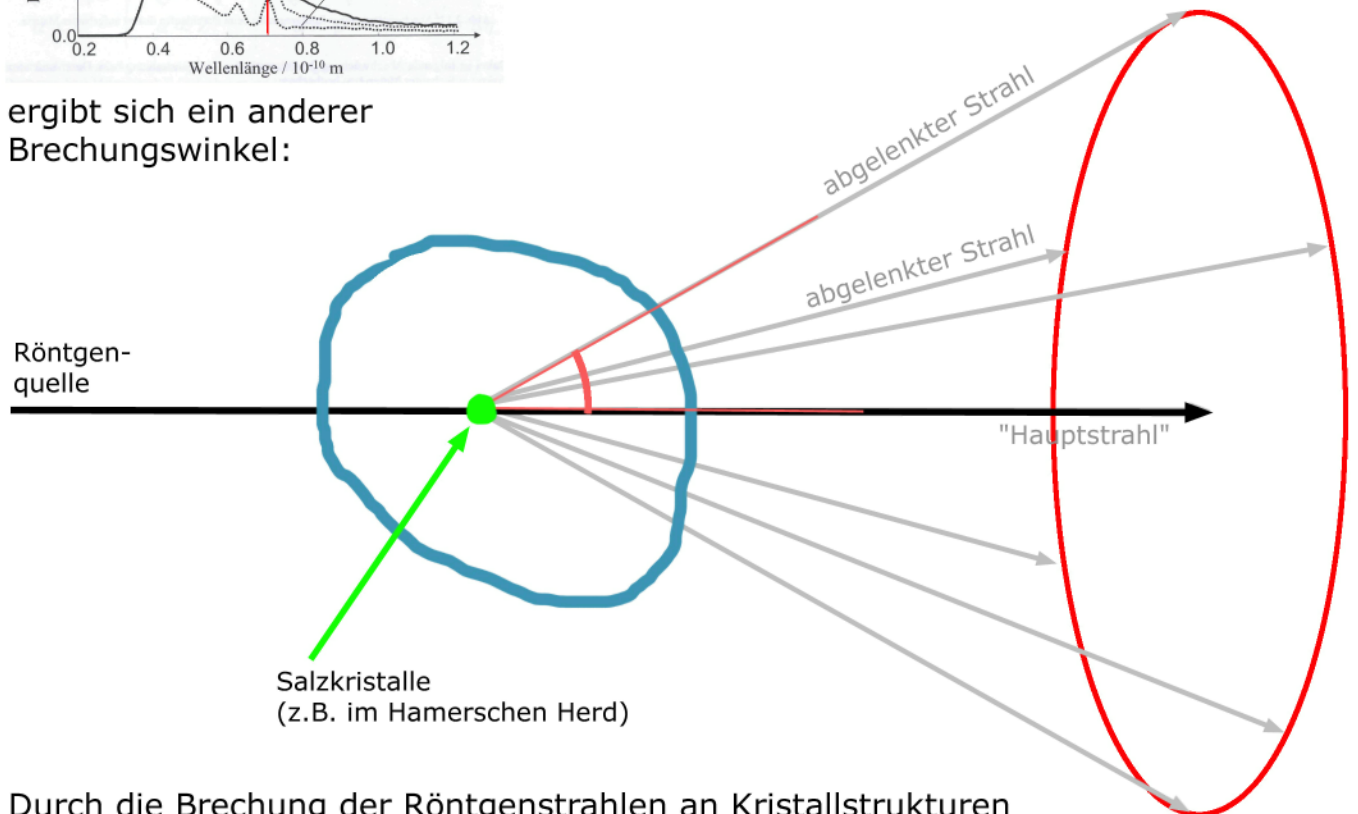
Eine additive Überlagerung findet nur statt wenn alle "Umwege" exakt einem ganzzahligen Vielfachen einer Wellenlänge entsprechen (hier im Bild als rote Pfeile dargestellt). Bricht sich ein Röntgenstrahl der Frequenz  $f$  in einem bestimmten Winkel, so brechen sich auch diejenigen mit den Frequenzen  $2f$ ,  $3f$ ,  $4f$  ... im selben Winkel.

Der monochromatische Röntgenstrahl wird also in einem ganz bestimmten Winkel gebrochen, der von der Frequenz der K-Linien (Anodenmaterial) abhängt und vom Abstand der Atomebenen im Kristall (abhängig von der Art des Salzes). D.h. jede Spektrallinie hat pro möglichem Ebenenabstand im Kristall einen ganz spezifischen Brechungswinkel. Ggf. gibt es auch mehrere Winkel, welche den oben genannten mathematischen Zusammenhang (Umweg = ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge) erfüllen.

Für jede Spektrallinie (Wellenlänge)



ergibt sich ein anderer Brechungswinkel:



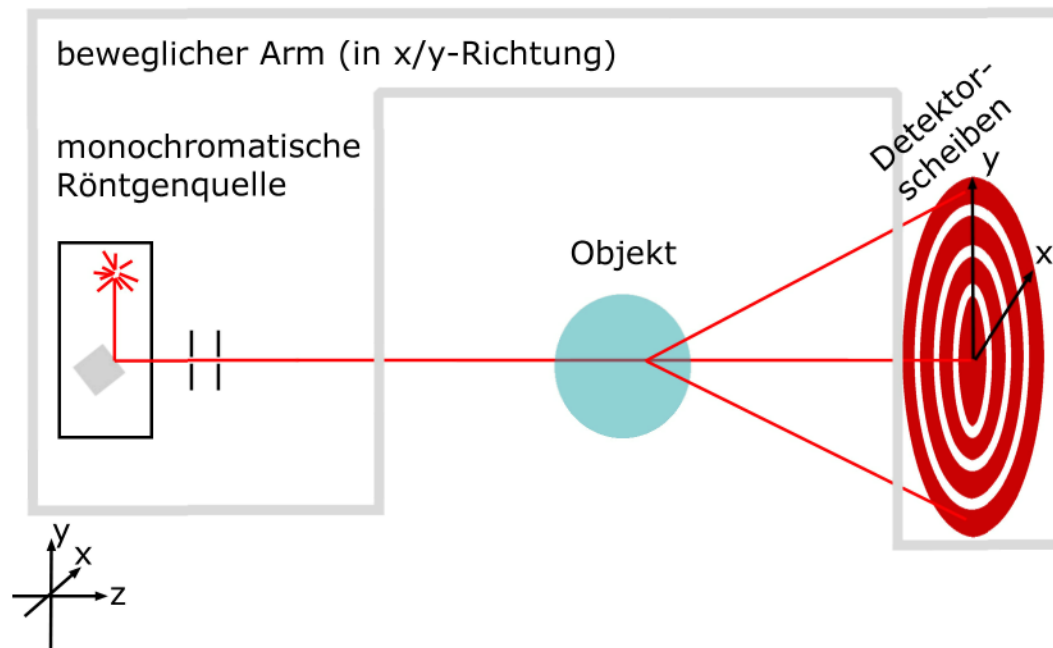
Durch die Brechung der Röntgenstrahlen an Kristallstrukturen entstehen ringförmige Projektionen. Je nach Lage bzw. Ausrichtung der Kristalle werden die Röntgenstrahlen in eine andere Richtung abgelenkt, jedoch immer im gleichen Winkel zum zentral verlaufenden "Hauptstrahl", dessen Abschwächungskoeffizient zur Berechnung des C.T.-Bildes herangezogen wird.

Die durch den Hamerschen Herd (H.H.) abgelenkten Strahlen fallen in benachbarte Detektoren und verfälschen dort den Abschwächungskoeffizienten -> es kommt bei der Umrechnung der Koeffizienten in Bilder ("Schichtaufnahmen") zu Ringartefakten um den Hamerschen Herd. Auch hier entspricht jeder Ringdurchmesser einem spezifischen Brechungswinkel.

Pro Spektrallinie des Röntgenspektrums und pro möglichem Abstand der Elektronen-Ebenen im Kristallgitter (je nach Salzart unterschiedlich) entsteht ein scharfrandiger Ring, dessen Durchmesser einem bestimmten Ablenkungswinkel entspricht.

Je deutlicher sich die Spektrallinien der Charakteristischen Strahlung vom kontinuierlichen Spektrum der Bremsstrahlung abheben (d.h. je stärker sie sind) desto deutlicher bzw. kontrastreicher treten die Ringe im Bild hervor. Der "Ring" des kontinuierlichen Spektrums ist nicht sichtbar, da er über einen weiten Winkelbereich (=Durchmesserbereich) "verschmiert" ist.

Röntgenapparat zur deutlichen Darstellung von Kristallkonzentrationen (z.B. Hamersche Herde):



Wie im Bild oben schematisch dargestellt, wird ein monochromatischer Röntgenstrahl erzeugt und trifft durch das zu untersuchende Objekt hindurch in einen kleinen Detektor in der Mitte, der von weiteren scheibenförmigen Detektoren umgeben ist.

Durch Bewegen der Apparatur in x- und y-Richtung wird ein Röntgenbild (Bildpunkt für Bildpunkt) erstellt. Die im mittleren Detektor eintreffende Intensität bestimmt hierbei die Helligkeit (Grauwert) des Bildpunktes.

Werden nun Anteile des Strahls von Kristallen abgelenkt, fallen diese auf einen der ringförmigen Detektoren. Die hier eintreffende Intensität ist proportional zur Menge der kristallinen Strukturen im Bereich des jeweils gerade zu erstellenden Bildpunktes. Jeder Scheibendetektor bekommt eine andere Farbe zugewiesen und diese wird der gemessenen Intensität entsprechend dem Grauwert des Bildpunktes hinzuaddiert. So entstehen farbliche Markierungen im Bild, deren Farbintensität von der Menge der Kristallstrukturen und deren Farbe von der Art der Kristalle (und deren Position in z-Richtung im Objekt) abhängt. Das so entstehende Bild gibt leicht Aufschluss über die Lage und die Intensität der Hamerschen Herde.

Für dreidimensionale Aufnahmen, muss nur eine zweite Aufnahme mit versetzter Position und leicht verändertem Winkel (entsprechend Augenabstand) gemacht werden. Durch eine spezielle Optik schaut der Betrachter mit dem einen Auge auf das erste und mit dem anderen Auge auf das zweite Bild. Hierdurch entsteht ohne großen Mehraufwand ein dreidimensionaler Blick auf das abgebildete Objekt.